



pacorabadan.com

5. Medidas de FORMA

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

DR. FRANCISCO RABADÁN PÉREZ

Índice

1. La Distribución Normal $N(0,1)$
2. Medidas de Asimetría
 1. Coeficiente de Asimetría de Fischer (g_1)
 2. Otros Coeficientes de asimetría
3. Kurtosis o apuntamiento en la $N(\mu, \sigma)$
 1. Coeficiente de Kurtosis de Fischer
 2. Interpretación del g_2 .

Apéndice: algunas fórmulas en Excel para distribuciones de frecuencias

0. Relacionando lo que hemos visto hasta ahora...

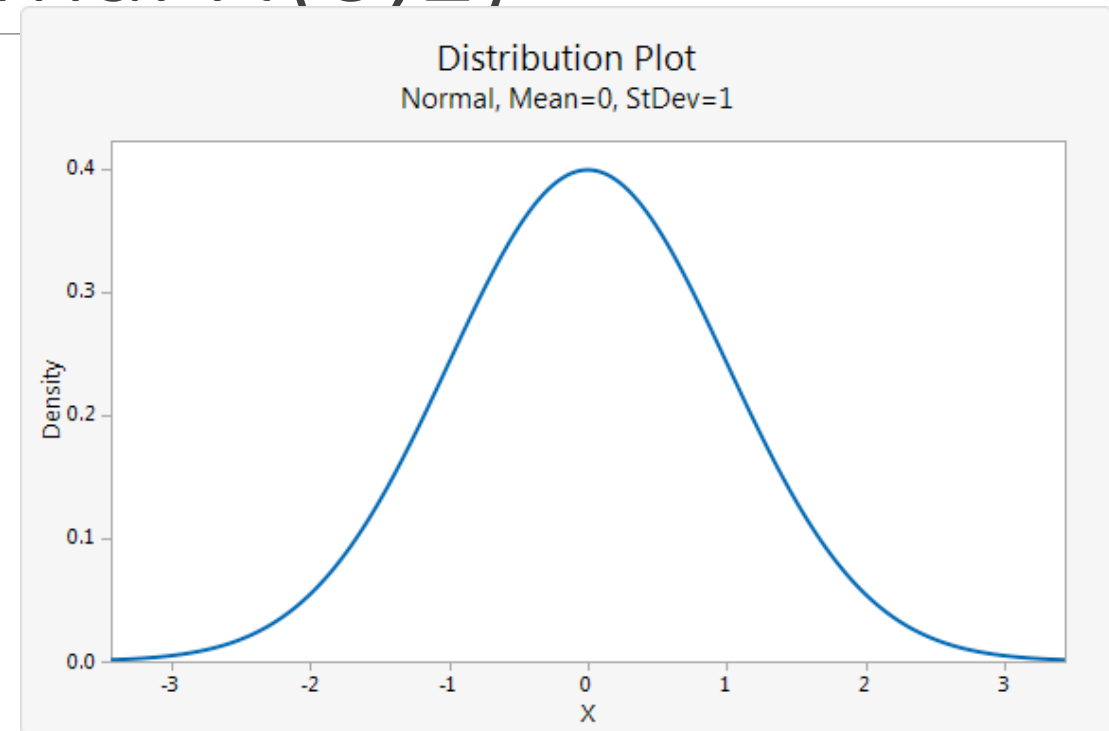
1. Cuando **la distribución de frecuencias es muy extensa** recurrimos a las **medidas de posición** para sintetizar la información.
2. Nos preguntamos por su **representatividad** con las **medidas de dispersión**. Algunas nos dicen **cuanto se alejan los x_i pero sólo respecto de la medida de posición**.
3. Ahora... **la mejor manera de comprender** la distribución de frecuencias es **describiendo la forma (representación gráfica)**.
4. Veremos algunos **estadísticos** (operaciones con los x_i) **que comparan la forma de nuestra distribución con una $N(0,1)$**

1. La Distribución Normal $N(0,1)$

Sirve de criterio de comparación para las medidas que vamos a ver.

Algunas pistas:

- Simétrica, medianamente apuntada y continua
- $Me = Mo = \bar{x} = 0$
- $S=1$
- $x \in (-\infty, +\infty)$



Fuente: <http://support.minitab.com/en-us/minitab-express/1/help-and-how-to/basic-statistics/probability-distributions/how-to/distribution-plots/create-the-graph/single-distribution-plot/>

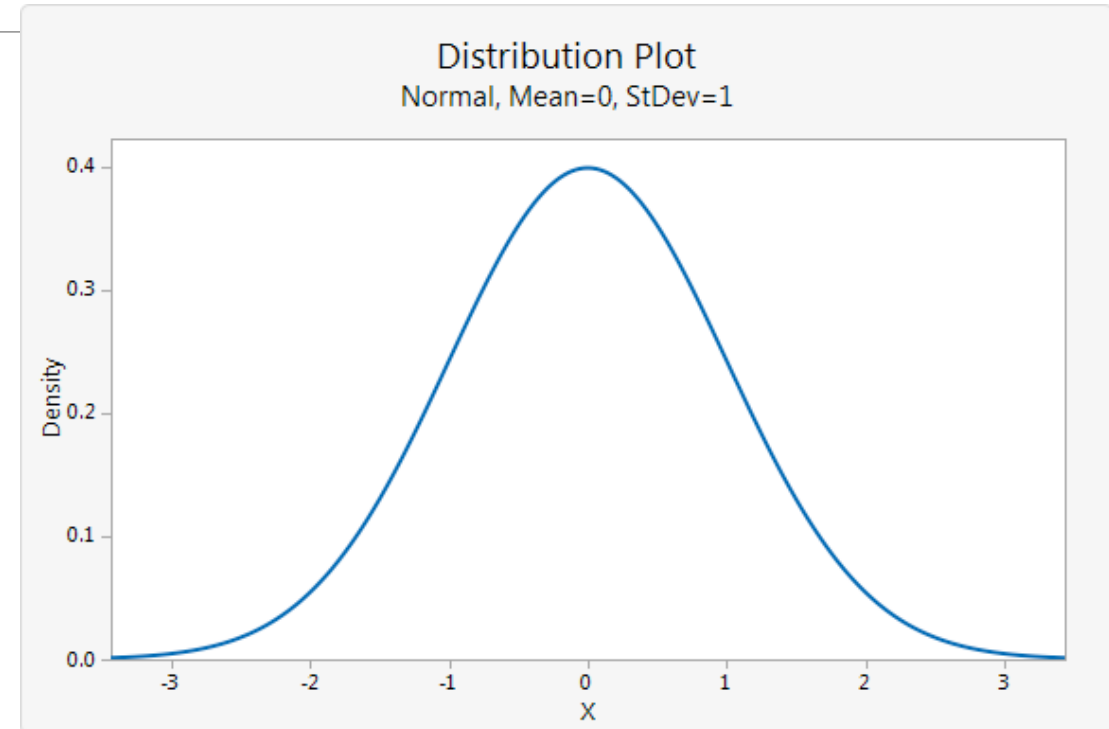
2. Medidas de Asimetría

Nos permiten hacernos una idea del grado simetría (o asimetría) de la distribución sin tener que recurrir a la representación gráfica.

Eje de simetría = $\bar{x}$

Una distribución es simétrica si:

- A cada lado del eje $\bar{x}$ hay el mismo número de datos ($N/2$)
- Los valores equidistantes x_i al eje $\bar{x}$ tienen las mismas frecuencias.



Fuente: <http://support.minitab.com/en-us/minitab-express/1/help-and-how-to/basic-statistics/probability-distributions/how-to/distribution-plots/create-the-graph/single-distribution-plot/>

2.1. Coeficiente de asimetría de Fisher

Evalúa las desviaciones respecto a la media pero sin ignorar el signo.

Medida adimensional: porque es un cociente de las mismas unidades de medida (x^3)

El signo depende del numerador porque $S^3 \geq 0$

$$g_1 = \frac{m_3}{S^3}$$

$$g_1 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N} \right)^{3/2}}$$

$$m_3 = a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^3$$
$$m_3 = a_3 - 3a_2\bar{x} + 2\bar{x}^3$$

2.1. Coeficiente de asimetría de Fisher

Valores del CAF

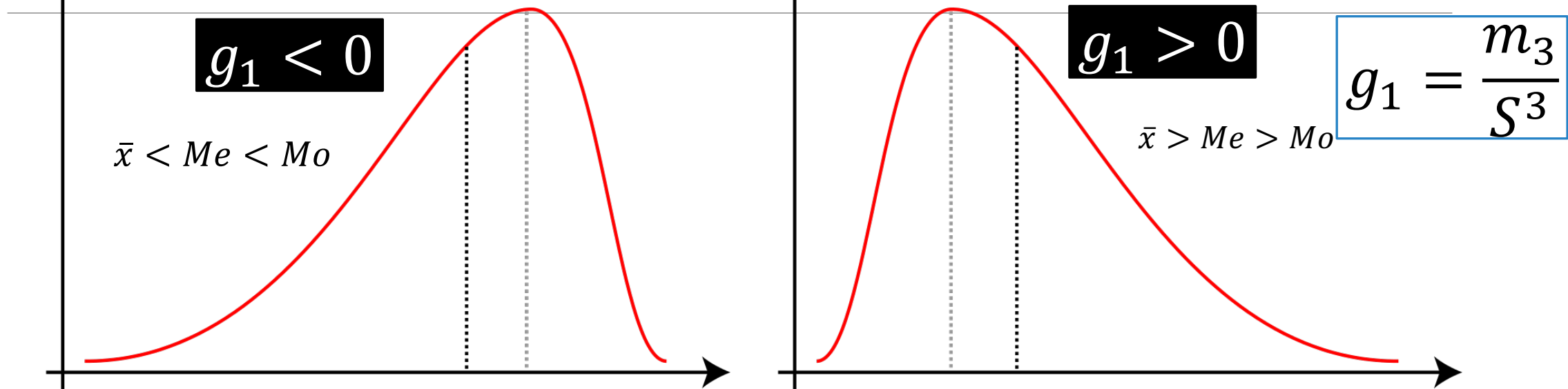
- $g_1 > 0 \Rightarrow$ la suma de desviaciones positivas es **mayor** que la suma de desviaciones negativas (la cola derecha es mas larga)
- $g_1 < 0 \Rightarrow$ la suma de desviaciones positivas es **menor** que la suma de desviaciones negativas (la cola izquierda es mas larga)
- $g_1 \simeq 0 \Rightarrow$ **dudoso** ; necesitamos la representación gráfica.

$$g_1 = \frac{m_3}{s^3}$$

$$g_1 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N} \right)^{3/2}}$$

$$m_3 = a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^3$$

2.1. Coeficiente de asimetría de Fisher

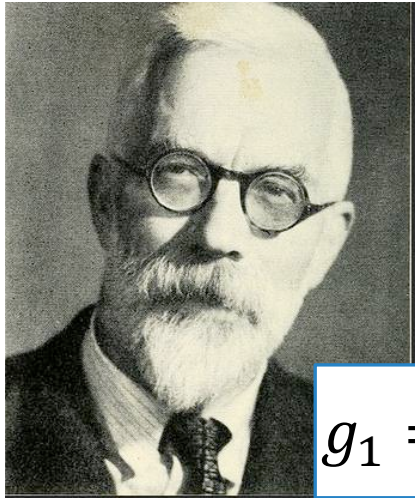


- Asimétrica Negativa o
asimétrica a la izquierda

- Asimetría Positiva o
asimétrica a la derecha

En la $N(0,1)$ el CAF $g_1 = 0$;
Si $g_1 = 0$ “sospecharemos” que la distribución es simétrica

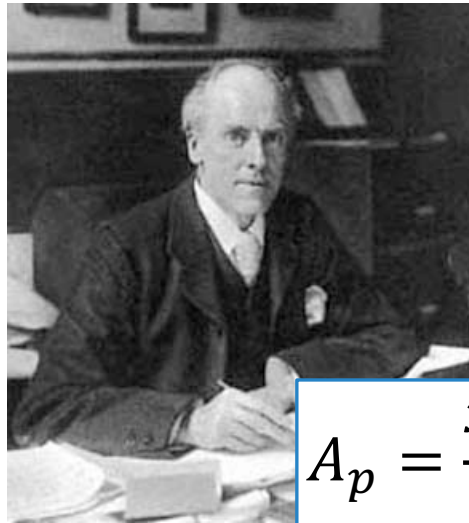
2.2. Otros Coeficientes de asimetría



$$g_1 = \frac{m_3}{S^3}$$

Ronald Aylmer Fisher

- El **CAF** se basa en la **media**

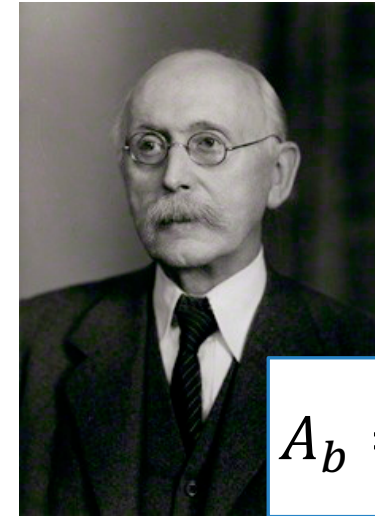


$$A_p = \frac{\bar{x} - Mo}{S}$$

Karl Pearson

- El **CA de Pearson** se basa en la **Moda**

Solo para distribuciones uniformes, unimodales y moderadamente asimétricas.



$$A_b = \frac{C_3 + C_1 - 2Me}{C_3 - C_1}$$

Arthur Lyon Bowley

- El **CA de Bowley** se basa en la **Mediana**

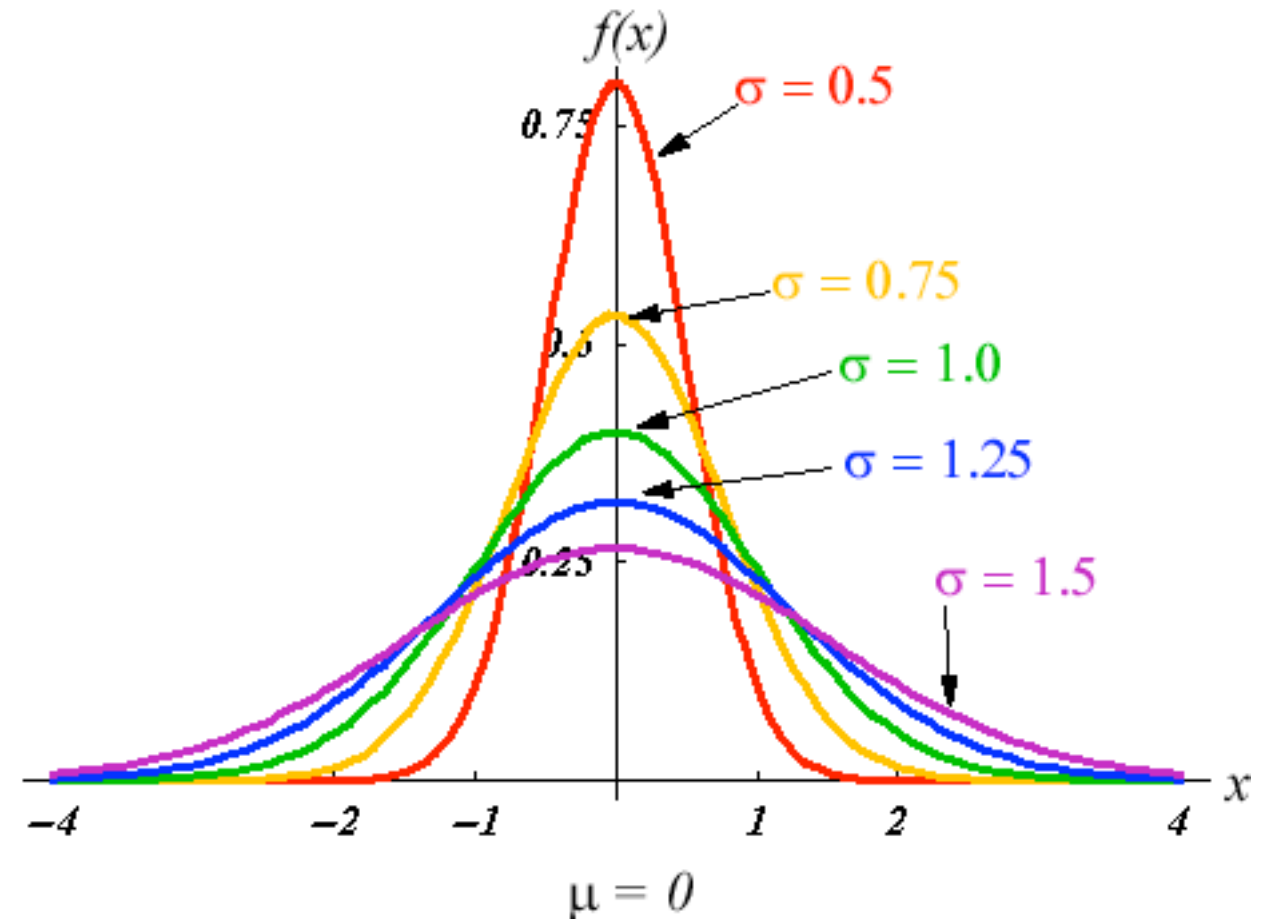
Si la distribución es simétrica el C_3 estará a la misma distancia de la Me que el C_1 .

3. Curtosis o apuntamiento en la $N(0, \sigma)$

$S < 1$ la distribución es **leptocúrtica**: mas apuntada que la $N(0,1)$

$S > 1$ la distribución es **platicúrtica**: menos apuntada que la $N(0,1)$

$S = 1$ la distribución es la $N(0,1)$.
Comparativamente con otras **mesocúrtica**



Fuente: <http://www.efunda.com/math/distributions/NormalDistPlot.cfm>

3.1. Coeficiente de curtosis de Fisher

Comparamos la distribución con una Normal de media y varianza igual a la de la distribución que analizamos

Medida adimensional: porque es un cociente de las mismas unidades de medida (x^4)

El signo depende de: (**numerador** – 3) porque $S^4 \geq 0$

Restamos 3 para que g_2 quede centrado en cero

- $\frac{m_4}{S^4} = 3$ siempre que la distribución sea normal (Martín-Pliego, 2011, pág. 109).

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3$$

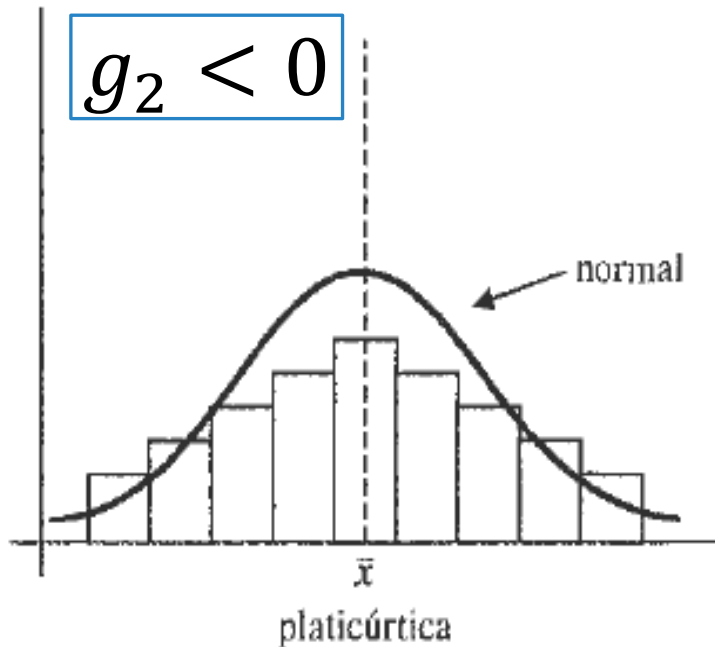
$$g_2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 n_i}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N} \right)^2} - 3$$

$$m_4 = a_4 - 4a_3a_1 + 6a_2a_1^2 - 3a_1^4$$

(Martín-Pliego, 2011, pág. 109).

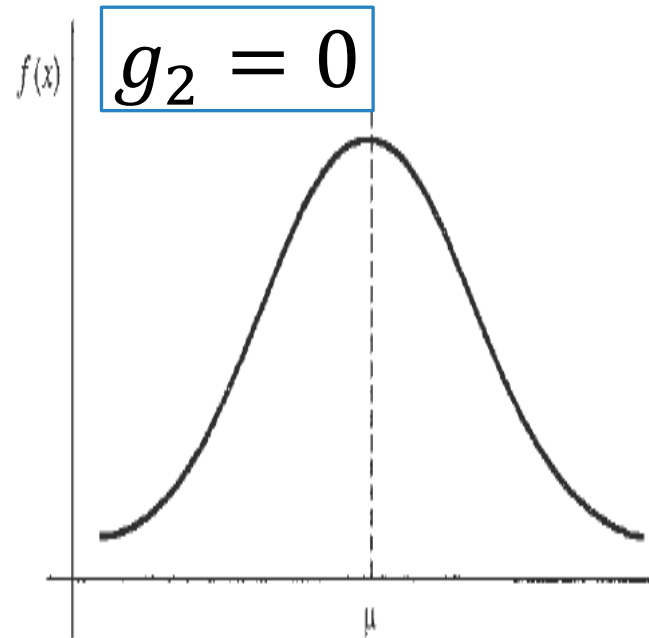
3.2. Interpretación del Coeficiente de Curtosis

$$g_2 = \frac{m_4}{s^4} - 3$$



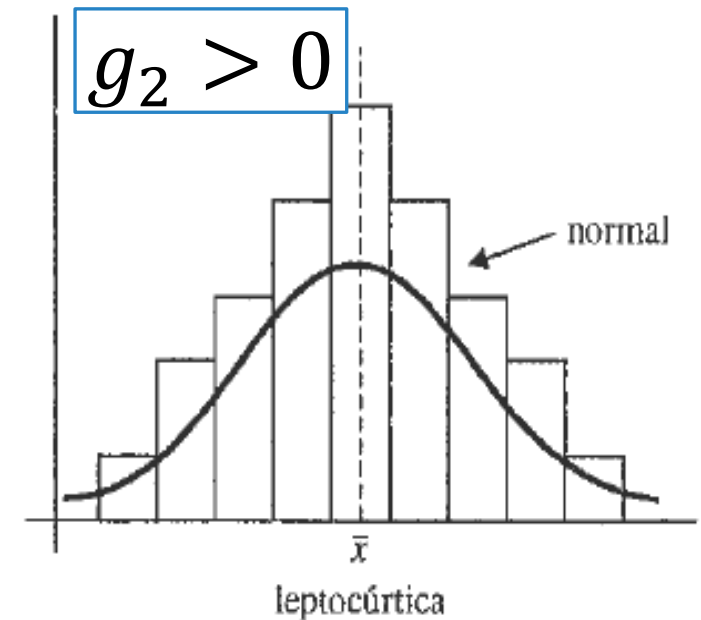
■ **PLATICÚRTICA.**

– *Plati= plano*



MESOCURTICA.

◦ Meso = medio



■ **LEPTOCÚRTICA.**

– *Lepto= apuntado*

3.2. Ejercicios

EJEMPLO

Dada la siguiente distribución de frecuencias,

x_j	n_j
0	2
10	4
20	7
30	5
40	2

se pide:

- (a) Media, mediana, moda; primero, segundo y tercer cuartil, y el percentil 45.
- (b) S^2 , S , coeficiente de variación, desviación media, recorrido y recorrido intercuartílico.
- (c) Coeficientes de simetría.

EJEMPLO

Dada la distribución de frecuencias del ejemplo anterior, calcule el coeficiente de curtosis.

(Martín-Pliego, 2011, pág. 105-120).

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3$$

Apéndice: Algunas formulas en Excel para distribuciones sin frecuencias

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos	$(x_i - \bar{x})^3$					
2	6	-166,375					
3	9	-15,625					
4	9	-15,625					
5	12	0,125					
6	12	0,125					
7	12	0,125					
8	15	42,875					
9	17	166,375					
10	Total	12	=SUMA(B2:B9)				
11	n	8	=CONTAR(A2:A9)				
12	Media aritmética	11,5	=PROMEDIO(A2:A9)				
13	Desviación estándar	3,5050983	=DESVEST.M(A2:A9)				
14	Desviación poblacional	3,2787193	=DESVEST.P(A2:A9)				
15	Cuartil 1	9	=CUARTIL.INC(A2:A9;1)				
16	Cuartil 2	12	=CUARTIL.INC(A2:A9;2)				
17	Cuartil 3	13,5	=CUARTIL.INC(A2:A9;3)+0,25*(A8-A7)				
18	Coficiente de Pearson						
19	$As = \frac{3(\bar{x} - Md)}{s}$	-0,427948	=3*(B12-B16)/B13				
20							
21	Medida de Bowley						
22	$As = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$	-0,333333	=(B15+B17-2*B16)/(B17-B15)				
23							
24	Medida de Fisher						
25	$As = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^3}{n\sigma^3}$	0,0425577	=B10/(B11*B14^3)				
26							
27	Coficiente de Asimetría en Excel	0,0530788	=COEFICIENTE.ASIMETRIA(A2:A9)				

	A	B	C	D	E	F
1	Datos	$(x_i - \bar{x})^4$				
2	6	915,06250				
3	9	39,06250				
4	9	39,06250				
5	12	0,06250				
6	12	0,06250				
7	12	0,06250				
8	15	150,06250				
9	17	915,06250				
10	Total	2058,5	=SUMA(B2:B9)			
11	n	8	=CONTAR(A2:A9)			
12	Media aritmética	11,5	=PROMEDIO(A2:A9)			
13	Desviación poblacional	3,2787193	=DESVEST.P(A2:A9)			
14	Cuartil 1	9	=CUARTIL.INC(A2:A9;1)			
15	Cuartil 3	13,5	=CUARTIL.INC(A2:A9;3)+0,25*(A8-A7)			
16	$\alpha = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^4}{n\sigma^4}$	2,226609	=B10/(B11*B13^4)			
17						
18	Percettil 10	7,4	=PERCENTIL.INC(A2:A9;0,1)-0,25*(A3-A2)			
19	Percettil 90	16,350	=PERCENTIL.INC(A2:A9;0,9)+0,25*(A8-A7)			
20	$\kappa = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}$	0,2500	=(B15-B14)/(2*(B19-B18))			
21						
22						
23	Curtosis en Excel	-0,224121	=CURTOSIS(A2:A9)			
24	Valor semejante a la α	2,7758789	=B23+3			

Fuente: <http://www.monografias.com/trabajos87/medidas-forma-asimetria-curtosis/medidas-forma-asimetria-curtosis.shtml#referencia>

Textos recomendados

- Martín-Pliego, *Introducción a la Estadística Económica y Empresarial*, Editorial AC, 2011, 3ª Edición

Ejercicios y prácticas

Ejercicios del 1 al 5 (Martín-Pliego, 2011)

Ejercicios en clase

Recursos web y aula virtual.

