3. DISTRIBUCIONES PARAMÉTRICAS Y CONVERGENCIA

Estadística I

Dr. Francisco Rabadán Pérez

Índice

1. Modelos paramétricos Discretos (VAD)
 1. Uniforme Discreta
 2. $B(1, p)$
 3. $B(n, p)$
 4. $Poisson(\lambda)$
 5. Propiedad Aditiva $B(n, p)$ y $Poisson(\lambda)$
2. Modelos paramétricos continuos (VAC)
 1. Normal Estándar $z: N(0,1)$
 2. Normal $\xi: N(\mu, \sigma)$
 3. Tablas Z
 4. Propiedad aditiva $N(\mu, \sigma)$
 5. Uniforme Continua $U(a, b)$
3. Distribuciones Derivadas de la $N(0,1)$
 1. χ_n^2 de Pearson
 2. t_n de Student (Gosset)
 3. $F_{m,n}$ de Fisher-Snedecor
4. Convergencia
 1. En probabilidad y en distribución
 2. Teorema Central del Límite

<http://electronicayciencia.blogspot.com.es/2010/09/inferencia-estadistica-capacidad-de-una.html>

1. Modelos de VA Discreta (VAD)

- Toda la masa de probabilidad se concentra en un conjunto de puntos

Hablaremos de:

función de cuantía
 $P(\xi = x)$ y

función de distribución
 $F(x) = P(\xi \leq x)$

Vamos a estudiar tres tipos:

Uniforme Discreta

Ley Binomial

Ley Poisson

1. Modelos de VA Discreta (VAD)

- Hasta ahora hemos estudiado la Teoría General de la Probabilidad bajo el supuesto de que la función de probabilidad es conocida $\{E, \Omega, P\}$.
- Existen distintos modelos teóricos: **todas las variables aleatorias con un comportamiento estocástico similar se caracterizan porque su función de probabilidad utiliza la misma expresión matemática con distintos parámetros.**

Ahora el estudio consistirá en:

Forma del modelo:
 $P(\xi = x)$ o $f(x)$

Deducir las características:
 $E(\xi)$,
 $V(\xi)$

Manejo de tablas si el modelo es tabulado.

1.1. Uniforme Discreta

- ξ : Equiprobabilidad : $P = \frac{CF}{CP}$

- Función de cuantía:

$$P(\xi = x) = \frac{1}{n} \quad \text{para } x = 1, 2, 3, \dots, n$$

- Función de distribución:

$$F(x) = P(\xi \leq k) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{n} = \frac{k}{n} \quad \text{para } x = 1, 2, 3, \dots, k., n$$

- Esperanza:

$$\mu = E(\xi) = \sum_{i=1}^n x_i P(\xi = x) = \sum_{i=1}^n x_i \frac{1}{n} = \sum_i \frac{x_i}{n}$$

- Varianza: $\sigma_2 = \mu_2 = E(\xi - \mu)^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \dots$

$$- \alpha_2 = E(\xi^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P(\xi = x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}$$

$$- \sigma_2 = \dots = E(\xi^2) - E^2(\xi) = \frac{1}{n} \sum_i x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_i x_i \right)^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Fuente:

<http://www.ub.edu/stat/GrupsInnovacio/Statmedia/demo/Temas/Capitulo3/BOC3m1t8.htm>

1.2. Ley Binomial o de Bernoulli B(1,p)

■ ξ :Estudia la probabilidad de ocurrencia de un suceso dicotómico en un único ensayo

■ Depende de un parámetro: p

■ Función de cuantía:

$$P(\xi = x) = p^x(1 - p)^{1-x} \quad \text{para } x = 0,1$$

■ Función de distribución:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{i=1}^x p^x(1 - p)^{1-x} \quad \text{para } x = 0,1$$

■ Esperanza: $\mu = E(\xi) = p$

■ Varianza: $\sigma_2 = p(1 - p)$

- **1** número de ensayos
- **x** número de éxitos
- **(n-x)** número de fracasos
- **p** probabilidad de éxito
- **(1-p)=q** probabilidad de fracaso

Sucesos: Dicotómicos, independientes y complementarios donde no importa el orden en que aparecen los éxitos.

1.3. Ley Binomial o de Bernoulli B(n,p)

■ ξ :éxitos en n ensayos Depende de dos parámetros: **n, p**

■ Función de cuantía:

$$P(\xi = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \quad \forall x = 0, 1, \dots, n$$

■ Función de distribución:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{i=1}^x \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} \quad \forall x = 0, 1, \dots, n$$

■ Esperanza: $\mu = E(\xi) = np$

■ Varianza: $\sigma^2 = np(1-p)$

f. cuantía con p = 0,5

- **n** número de ensayos
- **x** número de éxitos
- **(n-x)** número de fracasos
- **p** probabilidad de éxito
- **(1-p)=q** probabilidad de fracaso
- $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ combinaciones de x éxitos en n ensayos

- $x! = x * (x - 1) * (x - 1) \dots (0!)$
- $0! = 1$

1.3. Ley Binomial B(n,p)

- Función de cuantía:

$$P(\xi = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{1-x} \quad \text{para } x = 0, 1, \dots, n$$

- Esperanza: $\mu = E(\xi) = np$

- Varianza: $\sigma_2 = np(1-p)$

Alternativas B(3,0'5)

- **n** número de ensayos
- **x** número de éxitos
- **(n-x)** número de fracasos
- **p** probabilidad de éxito
- **(1-p)=q** probabilidad de fracaso
- $\frac{n!}{x!(n-x)!}$ combinaciones de x éxitos en n ensayos

1.4. Ley *Poisson*(λ)

- ξ :Estudia el número de éxitos conocida la ocurrencia en media por periodo
- Depende de un parámetro: $\lambda = \mu * t$
 - μ : *ocurrencia media por periodo*
 - t = *periodos que estudiamos*

Peculiaridades:

el número de ocurrencias puede llegar a ser infinito, aunque si x tiende a infinito la función de cuantía tiende a cero.

Sabemos lo que ocurre (x), pero no lo que no ocurre ($n-x$) a diferencia de la binomial.

Aunque el número de alternativas es infinito la variable es discreta porque podemos medir la distancia entre dos puntos cualesquiera

1.4. Ley *Poisson*(λ)

- Función de cuantía:

$$P(\xi = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad \forall x = 0, 1, \dots$$

- Función de distribución:

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \sum_{i=1}^x e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} \quad \forall x = 0, 1, \dots$$

- Esperanza: $E(\xi) = \lambda$
- Varianza: $\sigma^2 = V(\xi) = \lambda$

- $\lambda = \mu * t$
- μ ocurrencia media por periodo
- t periodos

1.4. Ley *Poisson*(λ)

El eje horizontal es el número de ocurrencias x . La función solamente está definida en valores enteros de k . Las líneas que conectan los puntos son solo guías para el ojo y no indican continuidad

El eje horizontal es el número de ocurrencias x .

Función de distribución de probabilidad

1.5. Reproductividad en la $B(n,p)$ y la $Poisson(\lambda)$

- Reproductividad: Propiedad que permite la suma de variables aleatorias de tal forma que la función de probabilidad de la VA suma se distribuya de la misma forma pero con parámetros distintos
- **$B(n,p)$ es reproductiva respecto del parámetro n**
 - Necesitamos que las binomiales que sumamos tengan la misma probabilidad de éxito.
 - Siempre puedo descomponer una $B(n,p)$ como sumas de $B(1,p)$
- **$Poisson(\lambda)$ es reproductiva respecto del parámetro λ**
 - Como λ es el valor medio, la suma de esperanzas es el valor esperado de la VA suma. $\lambda_s = \sum_i \lambda_i$

2.1. Distribución Normal Estándar $N(0,1)$

- $N(0,1) \rightarrow$ dos parámetros: $\mu = 0$; $\sigma = 1$
- S. XIX Laplace y Gauss : aparece estudiando los errores de medición.
- Variable aleatoria ξ : z
 - Es continua $\xi \in (-\infty, \infty)$
 - $\mu = Me = Mo$

https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/dfaraco/docencia/ambientalesmat1/Normal.htm

Los valores de ξ mas probables son los mas cercanos a μ

ξ se ve afectada por multitud de causas independientes entre sí con un efecto mínimo sobre la va ξ .

Cada una de las variables que influyen sobre la normal, por sí solas, tendrían un efecto inapreciable

Cuanto más nos alejamos de μ mas improbables son los valores de ξ

A mas de 4 desviaciones típicas, los valores de las probabilidades acumuladas en las colas son prácticamente despreciables.

2.1. Distribución Normal Estándar N(0,1)

- $N(0,1) \rightarrow$ dos parámetros: $\mu = 0; \sigma = 1$
- Es continua $\xi \in (-\infty, \infty)$
- $\mu = Me = Mo$

■ Función de densidad

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

■ Función de distribución

$$F(z) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \quad (tablas)$$

- Esperanza: $\mu = 0$
- Varianza: $\sigma^2 = 1$
- Desviación típica: $\sigma = 1$

https://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/dfaraco/docencia/ambientalesmat1/Normal.htm

$$P(z \in |\mu \pm \sigma|) \approx 0,68$$

$$P(z \in |\mu \pm 2\sigma|) \approx 0,95$$

$$P(z \in |\mu \pm 3\sigma|) \approx 0,997$$

2.2. Distribución Normal $N(\mu, \sigma)$

- Dos parámetros: μ, σ

- Función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- Función de distribución

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

(tipificamos x y a tablas z)

- Esperanza: μ

- Varianza: σ^2

- Desviación típica: σ

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Fuente:

https://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_normal

$P(z \in |\mu \pm \sigma|) \approx 0,68$

$P(z \in |\mu \pm 2\sigma|) \approx 0,95$

$P(z \in |\mu \pm 3\sigma|) \approx 0,997$

2.3. Tablas z y $N(\mu, \sigma)$

Las tablas se refieren siempre a una z: $N(0,1)$

Ejemplos para z:

- $P(z \leq 2,3)$

- $P(z > -0,7) = P(z \leq 0,7)$

- $P(z > 1,8) = 1 - P(z \leq 1,8)$

- $P(0,5 < z < 0,8) = F(0'8) - F(0'5)$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Búsqueda de valores de z

- $P(z > x) = 0,2266 \rightarrow P(z > x) = 1 - P(z \leq x) = 0,2266; P(z \leq x) = 1 - 0,2266 = 0,7734 \rightarrow X=0,75$

- $P(z < -x) = 0,0314 \rightarrow P(z > x) = 0,0314;$

$P(z < x) = 1 - 0,0314 = 0,9686 \rightarrow -X=1,86; X=-1,86$

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR, $N(0, 1)$

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

2.4. Propiedad reproductiva $N(\mu, \sigma)$

■ CN:

- ξ_i *VAIID* (*variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas*)
- $\xi_i \rightarrow N(\mu_i, \sigma_i)$
- $\xi_s = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$

■ Entonces

$$\xi_s \rightarrow N\left(\mu_s = \sum_i \mu_i, \sigma_s = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2}\right)$$

Caso particular: resta de dos normales:

- La esperanza de la diferencia es la diferencia de las esperanzas
- La varianza de la diferencia es la suma de las varianzas.

$$\xi_1 \rightarrow N(\mu_1, \sigma_1) ; \xi_2 \rightarrow N(\mu_2, \sigma_2)$$

$$\xi_1 - \xi_2 \rightarrow N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$$

2.5. Distribución U(a, b)

- ξ : Estudia la **equiprobabilidad** de un suceso en un intervalo continuo.
- Depende de dos parámetros: $[a, b]$: los extremos del intervalo.
- Función de densidad: $f(x) = \frac{1}{b-a}$
- Función de Distribución; $F(x) = P[\xi \leq x] = \frac{x-a}{b-a}$
- Esperanza: $\mu = \frac{a+b}{2}$
- Varianza: $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

No tiene la propiedad aditiva

2.5. Distribución U(a, b)

$$\mu = \frac{a + b}{2}$$

3. Distribución derivadas de la normal

- Diseñadas para técnicas de inferencia estadística: distribución de estimadores poblacionales, contrastes de hipótesis, Intervalos de confianza,...

Vamos a ver brevemente:

χ_n^2 de Pearson

t_n de Student (Gosset)

$F_{m,n}$ de Fisher-Snedecor

3.1. Distribución χ_n^2 de Pearson

- ξ : Es la suma de n VA normales tipificadas elevadas al cuadrado.

$$\chi_n^2 = z_1^2 + z_2^2 + \cdots + z_n^2 \quad ; \quad z_i = N(0,1)$$

- Esperanza: $\mu = n$
- Varianza: $\sigma^2 = 2n$
- **Aditiva respecto del parámetro n .**
- Probabilidades (Tablas)
- Utilidad: contraste de independencia estadística, contraste de bondad del ajuste, Distribución de la varianza muestral,...

Si tiene la propiedad aditiva

3.1. Distribución χ_n^2 de Pearson

n es k en wikipedia

Función de densidad

Función de Distribución

3.2. Distribución t_n de Student

- ξ : Es una $N(0,1)$ dividida entre la raíz cuadrada de una χ_n^2 .

$$t_n = \frac{Z}{\sqrt{\chi_n^2}}$$

- Esperanza: $\mu = 0$
- Varianza: $\sigma^2 = \frac{n}{n-2} \quad \forall n > 2$ Indefinida para otros valores
- Probabilidades (Tablas)
- Utilidad: Distribución de la media muestral cuando la varianza poblacional es desconocida, contraste de igualdad de medias cuando la varianza poblacional es desconocida,...

No tiene la propiedad aditiva

3.2. Distribución t_n de Student

$$t_n = \frac{z}{\sqrt{\chi_n^2}}$$

n es k en wikipedia

3.3. Distribución $F_{m,n}$ de Fisher-Snedecor

- ξ : Cociente de χ^2 divididas cada una de ellas por sus grados de libertad.
- Esperanza: $\mu = \frac{n}{n-2} \forall n > 4$
- Varianza: $\sigma^2 = \frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)} \forall n > 4$
- $F_{m,n}$ es invertible y no tiene la propiedad aditiva.

$$F_{m,n} = \frac{1}{F_{n,m}}$$

$$F_{m,n} = \frac{\frac{\chi_m^2}{m}}{\frac{\chi_n^2}{n}}$$

Utilidad: contraste de igualdad de varianzas, distribución del cociente de varianzas muestrales,...

No tiene la propiedad aditiva

3.3. Distribución $F_{m,n}$ de Fisher-Snedecor

Función de densidad

Función de Distribución

$d1=n$ y $d2=m$; grados de libertad

4. Convergencia

- **Convergencia en probabilidad:** cuando a medida que n aumenta (tamaño de muestra o número de experimentos) también aumenta la probabilidad de que la variable aleatoria ξ tome valores cercanos a una constante c .

$$\xi \xrightarrow{p} c$$

- **Convergencia en Distribución:** cuando a medida que n aumenta (tamaño de muestra o número de experimentos) la función de probabilidad de la variable aleatoria se aproxima cada vez más a la de otra distribución de probabilidad.

$$P(\xi) \xrightarrow{\text{distribución}} P(\eta)$$

4.1. Teorema Central del Límite (TCL)

- Sean (es necesario):
 - ξ_i *VAIID*
 - $n \geq 30$
 - conocidas $E(\xi_i)$ y $V(\xi_i)$
 - $\xi_s = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$

<http://electronicayciencia.blogspot.com.es/2010/09/inferencia-estadistica-capacidad-de-una.html>

■ Entonces:

$$\xi_s \xrightarrow[n \geq 30]{TCL} N \left(\sum_i \mu_i, \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} \right)$$

	Distribución Paramétrica	VA	$E(\xi)$	$V(\xi)$	Función de Cuantía $P(\xi = x)$	f. densidad $f(x)$	Propiedad Aditiva
V A D	$B(n, p)$	Éxitos en n ensayos	np	$np(1 - p)$	$\frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$	<p>No tiene sentido tomar límites cuando $\Delta(x) \rightarrow 0$</p>	$B(n, p) + B(m, p) = B(n + m, p)$
	$B(1, p)$	Éxitos en 1 ensayo	p	$p(1 - p)$	$P(\xi = 0) = 1 - p$ $P(\xi = 1) = p$		$B(n, p) = nB(1, p)$
	$Poisson(\lambda)$ $\mu = E(x/t)$ $t: periodos$	Ocurrencias de x conocido un comportamiento medio en relación a un periodo (tiempo o espacio)	$\lambda = \mu t$	$\lambda = \mu t$	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$		$Poisson(\lambda_1) + Poisson(\lambda_2) = Poisson(\lambda_1 + \lambda_2)$
V A C	$U(a, b)$	Ocurrencia de un suceso equiprobable en un intervalo cerrado continuo	$\frac{a + b}{2}$	$\frac{(b - a)^2}{2}$	<p>$P(\xi = x) = 0 \quad \forall x$</p> <p>(el cociente $\frac{CF}{CP} = 0$)</p>	$f(x) = \frac{1}{b - a}$	NO
	$N(\mu, \sigma)$	Observada en la naturaleza: <ul style="list-style-type: none"> $\mu = Mo = Me$ Más probable cuanto más cerca de μ Asintótica en $-\infty$ y $+\infty$ 	μ	σ^2		$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ (Tablas z: $N(0,1)$)	$N(\mu_1, \sigma_1) + N(\mu_2, \sigma_2) = N\left(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$ $N(\mu_1, \sigma_1) - N(\mu_2, \sigma_2) = N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$

Textos recomendados

- *Cap. 6,7 y 9. Fundamentos de Probabilidad,* Paraninfo, 2010, 3ª Edición

Prácticas recomendadas

- Ejercicios Martín-Pliego
- Ejercicios resueltos en clase
- Prácticas y recursos web (aula virtual)