

# 5. MEDIDAS DE FORMA

Estadística Descriptiva  
Dr. Francisco Rabadán Pérez

# Índice

1. La Distribución Normal  $N(0,1)$
  2. Medidas de Asimetría
    1. *Coeficiente de Asimetría de Fischer ( $g_1$ )*
    2. *Otros Coeficientes de asimetría*
  3. Curtosis o apuntamiento en la  $N(\mu,\sigma)$ 
    1. *Coeficiente de Curtosis de Fischer*
    2. *Interpretación del  $g_2$ .*
- Apéndice: algunas fórmulas en Excel para distribuciones de frecuencias

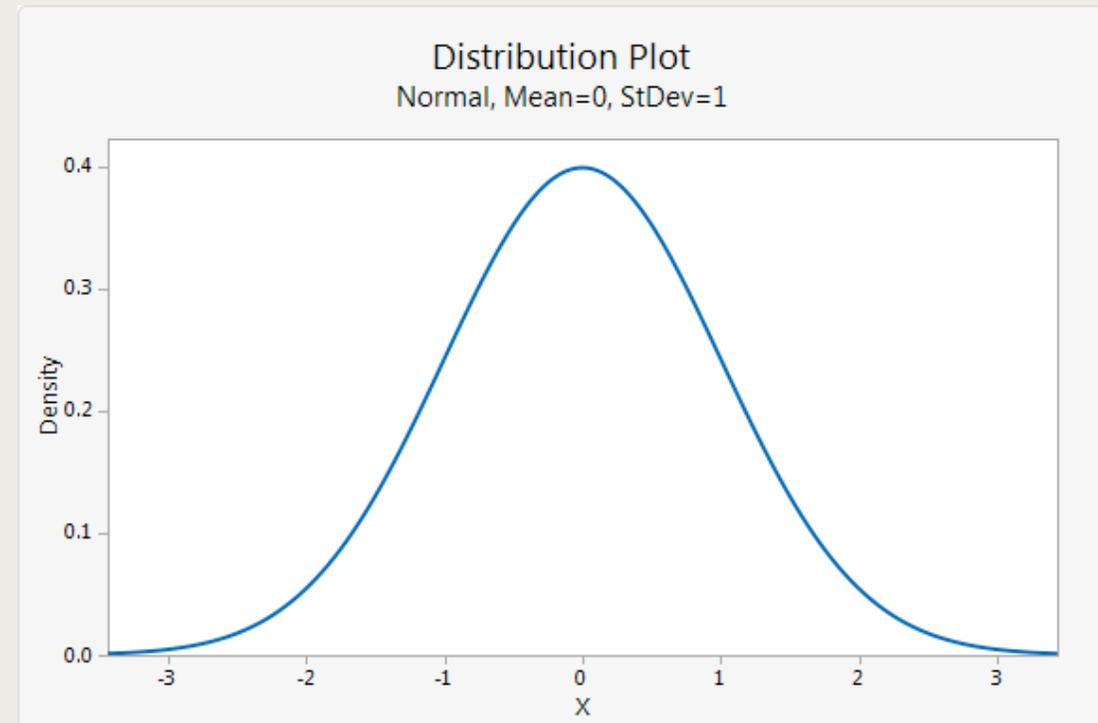
# 0. Relacionando lo que hemos visto hasta ahora...

1. Cuando **la distribución de frecuencias es muy extensa** recurrimos a las **medidas de posición para sintetizar la información.**
2. Nos preguntamos por su **representatividad** con las **medidas de dispersión** que nos dicen **cuanto se alejan los  $x_i$  pero sólo respecto de la medida de posición.**
3. Ahora... **la mejor manera de comprender** la distribución de frecuencias es **describiendo la representación gráfica.**
4. Veremos algunos **estadísticos** (operaciones con los  $x_i$ ) **que comparan la forma de nuestra distribución con una  $N(0,1)$**



# 1. La Distribución Normal $N(0,1)$

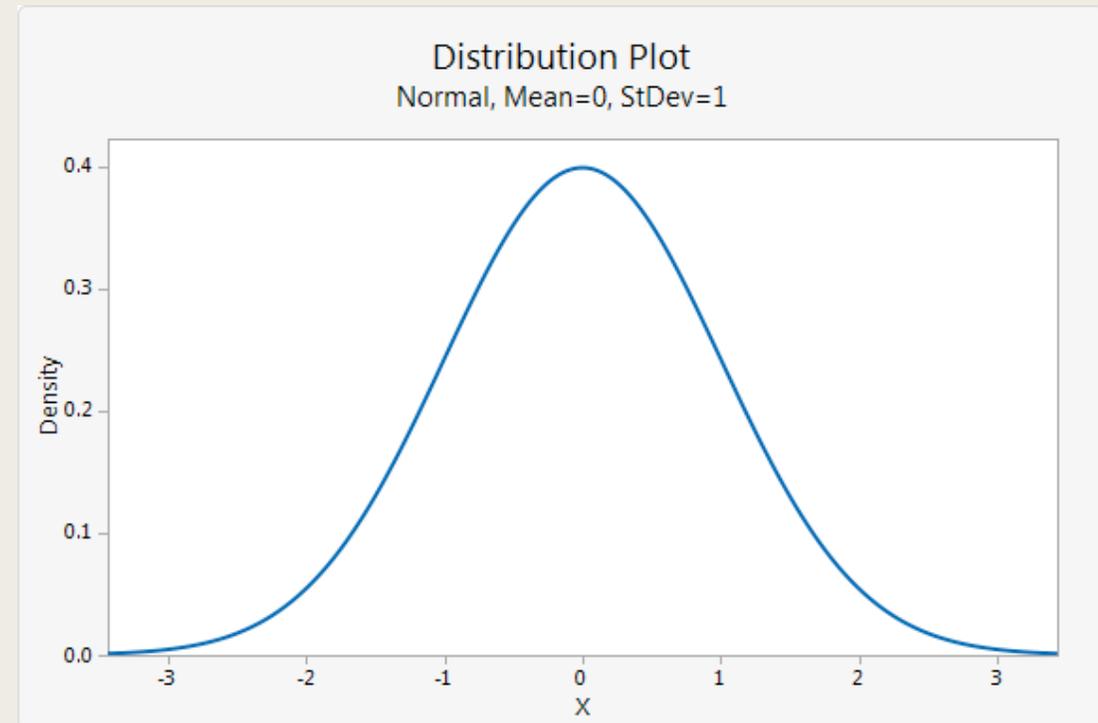
- Sirve de criterio de comparación para las medidas que vamos a ver.
- Algunas pistas:
  - Simétrica, medianamente apuntada y continua
  - $Me = Mo = \bar{x} = 0$
  - $S = 1$
  - $x \in (-\infty, +\infty)$



Fuente: <http://support.minitab.com/en-us/minitab-express/1/help-and-how-to/basic-statistics/probability-distributions/how-to/distribution-plots/create-the-graph/single-distribution-plot/>

## 2. Medidas de Asimetría

- Nos permiten hacernos una idea del grado simetría (o asimetría) de la distribución sin tener que recurrir a la representación gráfica.
- **Eje de simetría =  $\bar{x}$**
- Una distribución es simétrica si:
  - *A cada lado del eje  $\bar{x}$  hay el mismo número de datos ( $N/2$ )*
  - *Los valores equidistantes  $x_i$  al eje  $\bar{x}$  tienen las mismas frecuencias.*



Fuente: <http://support.minitab.com/en-us/minitab-express/1/help-and-how-to/basic-statistics/probability-distributions/how-to/distribution-plots/create-the-graph/single-distribution-plot/>

## 2.1. Coeficiente de asimetría de Fisher

- Evalúa las desviaciones respecto a la media pero sin ignorar el signo.
- **Medida adimensional:** porque es un cociente de las mismas unidades de medida ( $x^3$ )
- **El signo depende del numerador** porque  $S^3 \geq 0$

$$g_1 = \frac{m_3}{S^3}$$

$$g_1 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N} \right)^{3/2}}$$

$$m_3 = a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^3$$
$$m_3 = a_3 - 3a_2\bar{x} + 2\bar{x}^3$$

## 2.1. Coeficiente de asimetría de Fisher

■ *Valores del CAF*

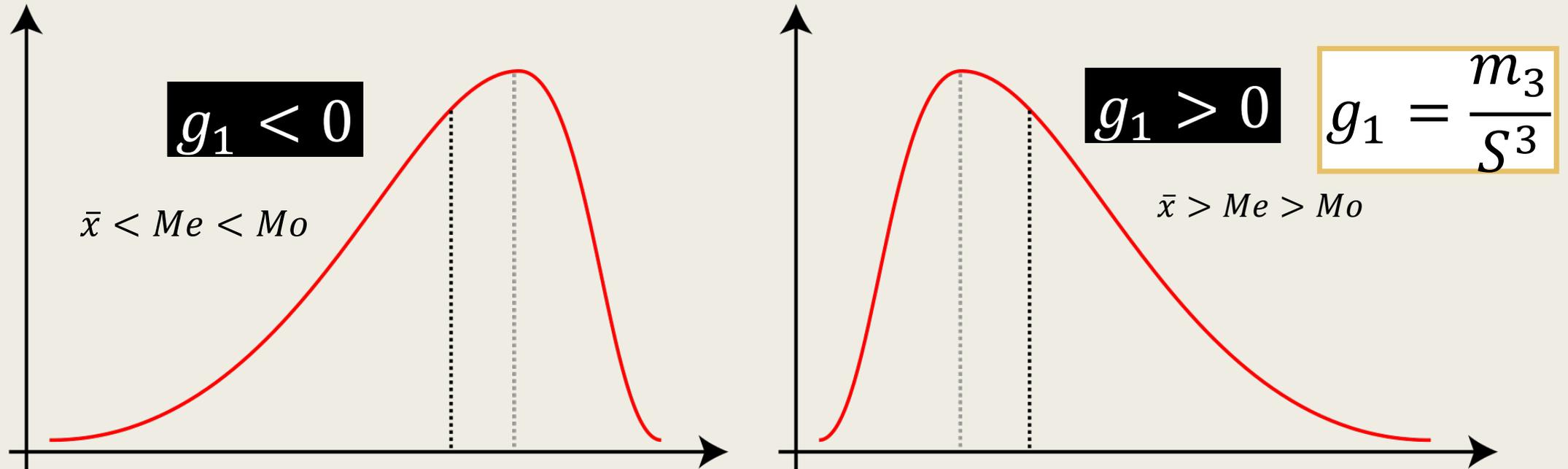
- $g_1 > 0 \Rightarrow$  **la suma de desviaciones positivas es mayor** que la suma de desviaciones negativas (**la cola derecha es mas larga**)
- $g_1 < 0 \Rightarrow$  **la suma de desviaciones positivas es menor** que la suma de desviaciones negativas (**la cola izquierda es mas larga**)
- $g_1 \simeq 0 \Rightarrow$  **dudoso** ; necesitamos la representación gráfica.

$$g_1 = \frac{m_3}{s^3}$$

$$g_1 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N} \right)^{3/2}}$$

$$m_3 = a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^3$$

## 2.1. Coeficiente de asimetría de Fisher

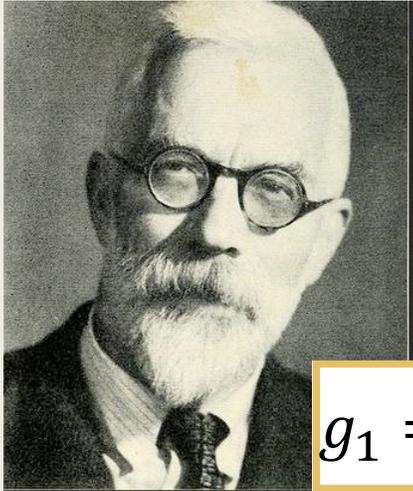


- Asimétrica Negativa o **asimétrica a la izquierda**

- Asimetría Positiva o **asimétrica a la derecha**

En la  $N(0,1)$  el CAF  $g_1 = 0$  ;  
 Si  $g_1 = 0$  “sospecharemos” que la distribución es simétrica

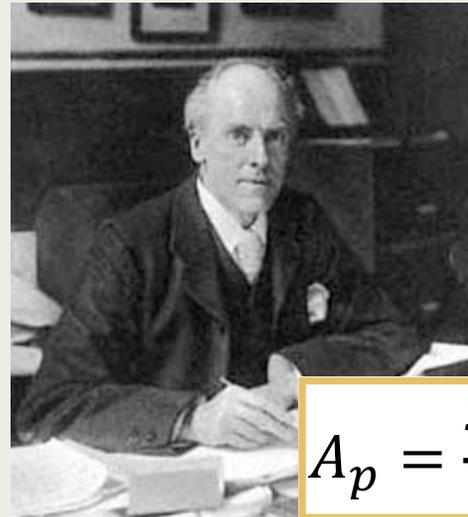
## 2.2. Otros Coeficientes de asimetría



$$g_1 = \frac{m_3}{S^3}$$

Ronald Aylmer Fisher

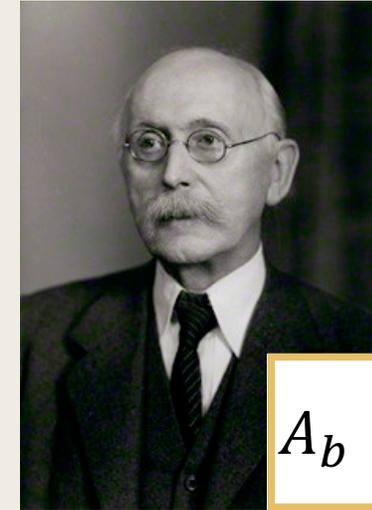
- El **CAF** se basa en la **media**



$$A_p = \frac{\bar{x} - Mo}{S}$$

Karl Pearson

- El **CA de Pearson** se basa en la **Moda**  
Solo para distribuciones uniformes, unimodales y moderadamente asimétricas.



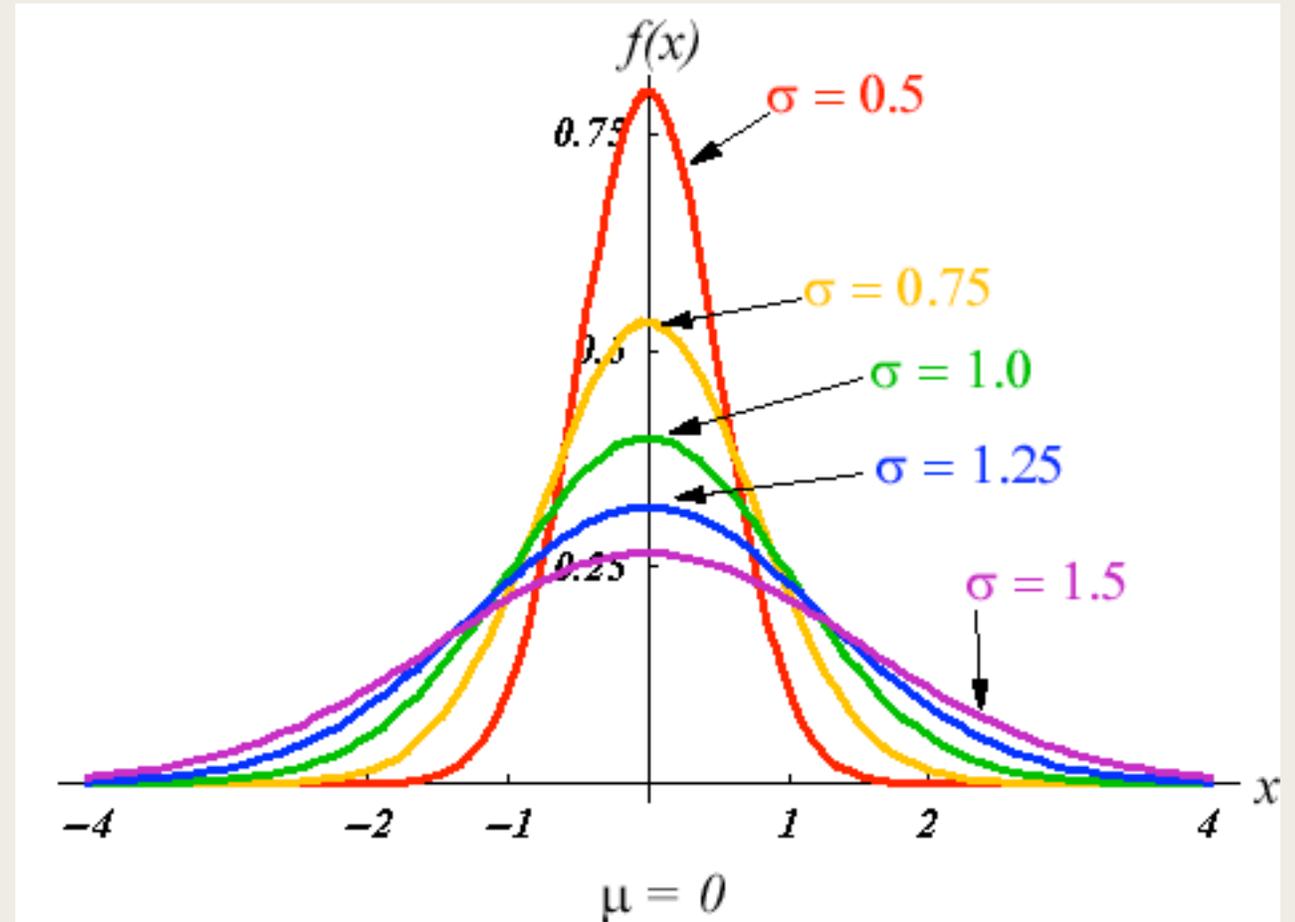
$$A_b = \frac{C_3 + C_1 - 2Me}{C_3 - C_1}$$

Arthur Lyon Bowley

- El **CA de Bowley** se basa en la **Mediana**  
Si la distribución es simétrica el  $C_3$  estará a la misma distancia de la  $Me$  que el  $C_1$ .

### 3. Curtosis o apuntamiento en la $N(0, \sigma)$

- $S < 1$  la distribución es **leptocúrtica** : mas apuntada que la  $N(0,1)$
- $S > 1$  la distribución es **platicúrtica**: menos apuntada que la  $N(0,1)$
- $S = 1$  la distribución es la  $N(0,1)$ .  
Comparativamente con otras **mesocúrtica**



Fuente: <http://www.efunda.com/math/distributions/NormalDistPlot.cfm>

## 3.1. Coeficiente de curtosis de Fisher

- Comparamos la distribución con una Normal de media y varianza igual a la de la distribución que analizamos
- Medida adimensional: porque es un cociente de las mismas unidades de medida ( $x^4$ )
- El signo depende de: (numerador - 3) porque  $S^4 \geq 0$
- Restamos 3 para que  $g_2$  quede centrado en cero
  - $\frac{m_4}{S^4} = 3$  siempre que la distribución sea normal (Martín-Pliego, 2011, pág. 109).

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3$$

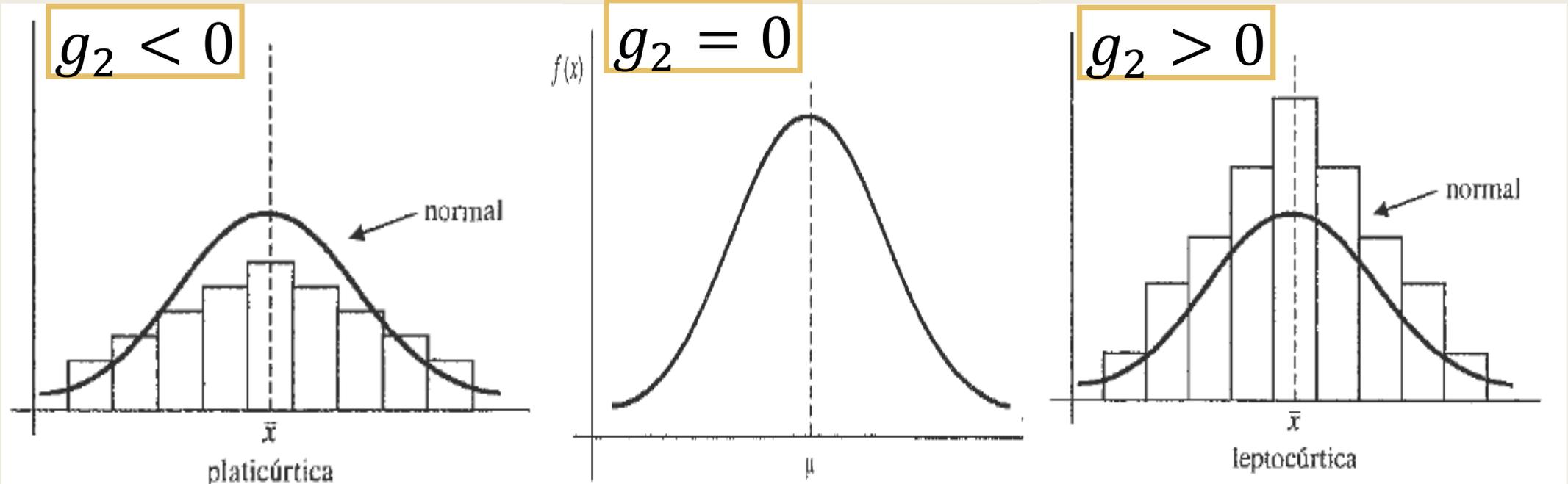
$$g_2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 n_i}{\left( \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{n_i}{N} \right)^2} - 3$$

$$m_4 = a_4 - 4a_3a_1 + 6a_2a_1^2 - 3a_1^4$$

(Martín-Pliego, 2011, pág. 109).

# 3.2. Interpretación del Coeficiente de Curtosis

$$g_2 = \frac{m_4}{s^4} - 3$$



■ **PLATICÚRTICA.**

- *Plati= plano*

■ **MESOCURTICA.**

- *Meso = medio*

■ **LEPTOCÚRTICA.**

- *Lepto= apuntado*

## 3.2. Ejercicios

### EJEMPLO

Dada la siguiente distribución de frecuencias,

$x_j$	$n_j$
0	2
10	4
20	7
30	5
40	2

se pide:

- (a) Media, mediana, moda; primero, segundo y tercer cuartil, y el percentil 45.
- (b)  $S^2$ ,  $S$ , coeficiente de variación, desviación media, recorrido y recorrido intercuartílico.
- (c) Coeficientes de simetría.

### EJEMPLO

Dada la distribución de frecuencias del ejemplo anterior, calcule el coeficiente de curtosis.

(Martín-Pliego, 2011, pág. 105-120).

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4} - 3$$

# Apéndice: Algunas formulas en Excel para distribuciones sin frecuencias

	A	B	C	D	E	F	G
1	Datos	$(x_i - \bar{x})^3$					
2	6	-166,375					
3	9	-15,625					
4	9	-15,625					
5	12	0,125					
6	12	0,125					
7	12	0,125					
8	15	42,875					
9	17	166,375					
10	Total	12	=SUMA(B2:B9)				
11	n	8	=CONTAR(A2:A9)				
12	Media aritmética	11,5	=PROMEDIO(A2:A9)				
13	Desviación estándar	3,5050983	=DESVEST.M(A2:A9)				
14	Desviación poblacional	3,2787193	=DESVEST.P(A2:A9)				
15	Cuartil 1	9	=CUARTIL.INC(A2:A9;1)				
16	Cuartil 2	12	=CUARTIL.INC(A2:A9;2)				
17	Cuartil 3	13,5	=CUARTIL.INC(A2:A9;3)+0,25*(A8-A7)				
18	Coefficiente de Pearson						
19	$As = \frac{3(\bar{x} - Md)}{s}$	-0,427948	=3*(B12-B16)/B13				
20							
21	Medida de Bowley						
22	$As = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$	-0,333333	=(B15+B17-2*B16)/(B17-B15)				
23							
24	Medida de Fisher						
25	$As = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^3}{n\sigma^3}$	0,0425577	=B10/(B11*B14^3)				
26							
27	Coefficiente de Asimetría en Excel	0,0530788	=COEFICIENTE.ASIMETRIA(A2:A9)				

	A	B	C	D	E	F
1	Datos	$(x_i - \bar{x})^4$				
2	6	915,06250				
3	9	39,06250				
4	9	39,06250				
5	12	0,06250				
6	12	0,06250				
7	12	0,06250				
8	15	150,06250				
9	17	915,06250				
10	Total	2058,5	=SUMA(B2:B9)			
11	n	8	=CONTAR(A2:A9)			
12	Media aritmética	11,5	=PROMEDIO(A2:A9)			
13	Desviación poblacional	3,2787193	=DESVEST.P(A2:A9)			
14	Cuartil 1	9	=CUARTIL.INC(A2:A9;1)			
15	Cuartil 3	13,5	=CUARTIL.INC(A2:A9;3)+0,25*(A8-A7)			
16	$\alpha = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^4}{n\sigma^4}$	2,226609	=B10/(B11*B13^4)			
17						
18	Percentil 10	7,4	=PERCENTIL.INC(A2:A9;0,1)-0,25*(A3-A2)			
19	Percentil 90	16,350	=PERCENTIL.INC(A2:A9;0,9)+0,25*(A8-A7)			
20	$\kappa = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}$	0,2500	=(B15-B14)/(2*(B19-B18))			
21						
22						
23	Curtosis en Excel	-0,224121	=CURTOSIS(A2:A9)			
24	Valor semejante a la $\alpha$	2,7758789	=B23+3			

Fuente: <http://www.monografias.com/trabajos87/medidas-forma-asimetria-curtosis/medidas-forma-asimetria-curtosis.shtml#referencia>

# Textos recomendados

- Martín-Pliego, *Introducción a la Estadística Económica y Empresarial*, Editorial AC, 2011, 3ª Edición

## Ejercicios y prácticas

- Ejercicios en clase
- Recursos web y aula virtual.

## Otros Recursos

- [https://es.wikipedia.org/wiki/Asimetr%C3%ADa\\_estad%C3%ADstica](https://es.wikipedia.org/wiki/Asimetr%C3%ADa_estad%C3%ADstica)

