

## EJERCICIOS DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

### UNIDIMENSIONAL

1. *Ejercicio de clase: Dados los siguientes datos*

x	n
1	1
2	2
3	3
4	4

a) Construir la distribución de frecuencias completa, calcular la media aritmética, geométrica, armónica, mediana, moda, varianza y desviación típica.

b) Calcular la media aritmética, geométrica, armónica, varianza y desviación típica de la variable  $Y=3x-2$ .

c) Repetir los cálculos del apartado b) suponiendo que el último dato se pondera un 50%, el anterior un 30% y los restantes un 10%.

—

2. *Buscar el peso que corresponde al percentil 75 de una niña de 5 años en las tablas de la Organización Mundial de la Salud.*

—

3. *Repetir los cálculos del apartado a) del ejercicio 1 para los datos de los 5 últimos 2009-2013 años de pernoctaciones en la Comunidad de Madrid,, ambos inclusive, extraídos de la página web del INE [www.ine.es](http://www.ine.es) y descargar los datos correspondientes a número de ocupados en turismo de esos años.*

—

### BIDIMENSIONAL\_NO HACER CURSO 2015\_16

4. *Ejemplo de la página 213 del libro de descriptiva*

—

5. *Calculen: medias, varianzas y desviaciones típicas de las*

marginales de la siguiente distribución bidimensional. Covarianza y supongan la transformación  $y' = 2y + 1$ . ¿Son independientes en cada uno de los casos?

x/y	1	2
0	5	4
1	1	2
2	1	1
3	1	2

—

### REGRESIÓN LINEAL

6. Dados los siguientes datos y usando tan solo cuatro decimales:

x	y
4	3
4,5	4
4,6	5

Calculen:

- El valor previsto de y, si x toma valor 6
- La sensibilidad de y frente a x
- El grado de relación entre ambas
- La bondad de ajuste de la recta de regresión ajustada a los datos.
- Calcule la varianza residual
- Calcule la varianza debida a la regresión
- Calcule y diga a qué es igual la suma de las dos.

—

7. Ejercicio 1 de la página 261

—

8. Ejercicio 2 de la página 262

—

9. Dados los siguientes datos y usando tan solo cuatro decimales:

- En media hablo 7,67 minutos por teléfono al mes

- *En media me gasto 18,33 euros al mes en teléfono (sin tarifas planas, sólo en consumo directo e impuestos)*
- *La suma de los cuadrados de los minutos que he hablado es 812 y la suma de los cuadrados de lo que me ha costado cada mes es 4460 euros. La suma total de lo que me ha costado cada mes por lo que he hablado cada uno de los meses es 1900.*

Calculen:

- El gasto previsto si un mes hablo 20 minutos.*
- El grado de relación entre ambas, comente lo necesario respecto a los límites.*
- La bondad de ajuste de la recta de regresión ajustada a los datos.*

—

—

11 . Ejercicio 4 de la página 267

—

12. *Dados los siguientes momentos con respecto al origen del logaritmo del empleo y del PIB lleve a cabo un análisis estadístico comentado.*

$$a_{11} = 25; a_{01} = 4; a_{10} = 5; a_{20} = 30; a_{02} = 18; a_{22} = 40$$

—

13. *Dados los siguientes datos:*

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 50; \sum_{j=1}^{10} y_j = 40; \sum_{i=1}^{10} x_i y_j = 250; \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 300; \sum_{j=1}^{10} y_j^2 = 180$$

Calculen:

- El valor previsto de y, si x toma valor 3*
- La sensibilidad de y frente a x*
- El grado de relación entre ambas, comente lo que sea necesario respecto a los límites*
- La bondad de ajuste de la recta de regresión ajustada a los*

datos.

## NÚMEROS ÍNDICES

14. Dados los siguientes precios corrientes de un determinado producto

Año	Precios
2005	60
2006	62
2007	63
2008	65
2009	68
2010	80

- Calcule el índice de precios que corresponde al primer, tercer y último periodo.
- Calcule el crecimiento del precio nominal (corriente) durante todo el periodo
- Calcule el crecimiento del 2007 con respecto a 2006 y a 2005.

15. Dados los siguientes precios corrientes de un determinado producto

Año	Precio	trabajador	índice
2009	120	6	101
2010	125	7	105
2011	128	7	106
2012	130	8	105
2013	134	7	106
2014	138	6	108

- Calcule el índice de precios que corresponde al primer, tercer y último periodo.

- b) Calcule el crecimiento del precio nominal (corriente) durante todo el periodo
- c) Calcule el crecimiento del 2007 con respecto a 2006 y a 2005.
- d) Calcule el precio del primer, tercer y último año en términos reales (constantes)
- e) Calcule el precio real estimado si la empresa cuenta con 10 trabajadores.
- f) Calcule la tasa media real acumulativa de crecimiento durante todo el periodo.
- g) Calcule la tasa media acumulativa de crecimiento en términos nominales durante todo el periodo.
- h) Si la inflación en 2015 es del 3% y los precios en términos reales crecen un 4% cual es el precio nominal para dicho año.
- i) Si la inflación en 2015 es del 3% y los precios en términos nominales crecen un 2% cual es el precio real para dicho año.

16. Ejercicio 4 del libro

17. Ejercicio 5.9 del libro

18. Ejercicio 5.11 del libro

19. Ejercicio 5.18 del libro

2

0 Dada la siguiente distribución de precios del pan durante los últimos años.

Año	Pan	Índice
2006	70	
2007	75	
2008	77	
2009	77	
2010	85	
2011	90	

a

. El índice del precio del pan para el año 2008 es

- a. De 0 a 1
- b. De 1.01 a 1.05
- c. De 1.051 a 1.09
- d. Mayor que 1.09

b El índice del precio del pan

- a. Nos indica que el crecimiento anual del precio del pan en 2010 ha sido del 10.39%
- b. Nos indica que el precio de la leche ha variado anualmente todos los años de manera positiva
- c. Cuando más crece el precio relativo del pan es en 2011
- d. Ninguna de las anteriores es correcta

c Desde 2006 a 2011 el precio del pan ha subido

- a. Aproximadamente 28.5%
- b. Aproximadamente 120%
- c. Aproximadamente 20.8%
- d. Ninguna de las anteriores es correcta

El índice del precio del pan nos

d indica que

- a. Con respecto a lo que se había encarecido el pan hasta 2010, en 2011 se ha encarecido un 5.88% aproximadamente
- b. Con respecto al precio que tenía el pan en 2010, en 2011 se ha encarecido un 5.88% aproximadamente
- c. Con respecto al precio que tenía el pan en 2006, en 2011 se ha encarecido un 5.88% aproximadamente
- d. Las respuestas a y c son correctas

—

—

2

1 Dada la siguiente distribución de precios durante los últimos años.

Año	Leche (cm/litro)	Carne (€/kg)	Azafran (€/100 gramos)
2006	70	12	10
2007	75	12,5	12
2008	77	12,8	16
2009	77	13	20
2010	85	13,75	25
2011	90	14,5	22

a

Desde 2006 a 2011 el precio de la leche ha subido

- Aproximadamente 28.5%
- Aproximadamente 120%
- Aproximadamente 20.8%
- Ninguna de las anteriores es correcta

b

Desde 2006 a 2011 el precio del azafrán ha subido

- Aproximadamente 28.5%
- Aproximadamente 120%
- Aproximadamente 20.8%
- Ninguna de las anteriores es correcta

c

Desde 2006 a 2011 el precio de la carne ha subido

- Aproximadamente 28.5%
- Aproximadamente 120%
- Aproximadamente 20.8%
- Ninguna de las anteriores es correcta

d. Si en 2006 cada las familias de la muestra observada consumieron en media 270cl de leche, 100g de azafrán y 150kg de carne

a. El índice de Laspeyres para el año 2009 es 122.06%

b. El índice de Laspeyres para el año 2009 es 115.91%

c. El índice de Laspeyres para el año 2009 es 108.95% aproximadamente

d. Ninguna de las anteriores es correcta

e. Si en 2006 cada las familias de la muestra observada consumieron en media 270cl de leche, 100g de azafrán y 150kg de carne

a. El índice de Parsche para el año 2009 es 122.06%

b. El índice de Parsche para el año 2009 es 115.91%

c. El índice de Parsche para el año 2009 es 108.95% aproximadamente

d. Ninguna de las anteriores es correcta

## EJERCICIOS DE PROBABILIDAD

### PROBABILIDAD, CONCEPTOS Y PROBABILIDAD CONDICIONADA

1. En una clase se quiere realizar un estudio sobre hábitos de consumo de tabaco. La probabilidad de que una persona elegida al azar sea fumador/a viene dada por:

a.  $P(\text{fumar}) = \frac{N^{\circ} \text{ mujeres que fuman}}{N^{\circ} \text{ Total de mujeres}}$

b.  $P(\text{fumar}) = \frac{P(\text{fumador/hombre})P(\text{Hombre})}{P(\text{fumador/hombre})P(\text{Hombre}) + P(\text{fumadora/mujer})P(\text{Mujer})}$



c.  $P(\text{fumar}) = \frac{N^{\circ} \text{ personas que fuman}}{N^{\circ} \text{ Total de hombres y mujeres}}$

d. Ninguna de las anteriores es correcta

2. El 42% de la población de un pueblo de Galicia son mujeres, el 24% de las mujeres y el 16% de los hombres bebe cerveza. La probabilidad de que una persona elegida al azar beba cerveza es:
  - a. 21.5%
  - b. 19,36%
  - c. 18.54%
  - d. 47.12%
3. El 42% de la población de un pueblo de Galicia son mujeres, el 24% de las mujeres y el 16% de los hombres bebe cerveza. La probabilidad de que una persona elegida al azar no beba cerveza es:
  - a. 78.5
  - b. 80.64%
  - c. 81.46%
  - d. 52.88%
4. El 42% de la población de un pueblo de Galicia son mujeres, el 24% de las mujeres y el 16% de los hombres bebe cerveza. La probabilidad de que una persona elegida al azar que beba cerveza sea hombre es:
  - a. 47.97%
  - b. 47.5%
  - c. 48.25%
  - d. 47.93%
5. El 42% de la población de un pueblo de Galicia son mujeres, el 24% de las mujeres y el 16% de los hombres bebe cerveza. La probabilidad de que una persona elegida al azar que beba cerveza sea mujer es:
  - a. 52.03%
  - b. 52.5%
  - c. 52.07%
  - d. 51.75%

6. Se sabe que el 10% de las personas de una población padecen una determinada enfermedad. Para detectarla se utiliza una prueba que da positivo en el 95% de los casos en personas que la padecen. Además da positivo en el 1% de las personas sanas.
  - a. Obtener la probabilidad de que la prueba detecte la enfermedad.
  - b. Probabilidad de que una persona esté realmente enferma si la prueba así lo ha detectado.
  - c. Probabilidad de que la persona esté sana si la prueba determina que está enferma.
7. Se sabe que el 40% de las personas de una población padecen una determinada enfermedad. Para detectarla se utiliza una prueba que da positivo en el 90% de los casos en personas que la padecen. Además da positivo en el 2% de las personas sanas.
  - d. Obtener la probabilidad de que la prueba detecte la enfermedad.
  - e. Probabilidad de que una persona esté realmente enferma si la prueba así lo ha detectado.
  - f. Probabilidad de que la persona esté sana si la prueba determina que está enferma.
8. De las cartas de una baraja, numeradas del 1 al 10, se elige una y sin devolverla al mazo se elige la siguiente. La baraja española tiene 4 palos (oros, picas, espadas y bastos)
  - g. Probabilidad de que ambas cartas sean oros.
  - h. Probabilidad de que salgan dos ases.
9. Se lanzan dos veces una moneda, suceso A “en el primer lanzamiento sale cara”, suceso B “en el segundo lanzamiento sale cara”.
  - i. Espacio muestral
  - j. Elementos de A
  - k. Elementos de B
  - l. Comprobar que son independientes A y B. (con los elementos del suceso intersección)

#### PROBABILIDAD. UNIDIMENSIONAL Y CARACTERÍSTICAS UNIDIMENSIONAL

10. Sea la función de densidad  $f(x) = Kx$   $1 \leq x \leq 3$  calcule el valor de k para que sea función de densidad.

11. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor 1,5
12. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor inferior a 3
13. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor inferior a 1,5
14. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor inferior a 1
15. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor entre 1,5 y 3
16. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor superior a 2
17. Con los datos del ejercicio anterior calcule la función de distribución.
18. Ejemplo página 47
19. Ejemplo página 49
20. Ejemplo página 50
21. Ejemplo página 56
22. Ejemplo página 59
23. Sea la función de densidad  $f(x) = \left(\frac{k}{2}\right)x \quad 1 \leq x \leq 3$  calcule el valor de k para que sea función de densidad.
24. Con los datos del ejercicio anterior calcule la esperanza
25. Con los datos del ejercicio anterior calcule la varianza
26. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor superior a 2
27. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor 1,5
28. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor inferior a 3
29. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor inferior a 1,5
30. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor inferior a 1
31. Con los datos del ejercicio anterior calcule la probabilidad de que la variable tome valor entre 1,5 y 3
32. Sea la función de densidad  $f(x) = Ke^{-x} \quad x \geq 0$  calcule el valor de k para que sea función de densidad.
33. Con los datos del ejercicio anterior transforme la función de densidad con un cambio de escala que multiplique la misma por (x)

34. Con los datos del ejercicio 32 transforme la función de densidad con un cambio de escala que multiplique la misma por  $(x^2)$
35. Sea la función de densidad  $f(x) = Ke^{-5x}$   $x \geq 0$  calcule el valor de k para que sea función de densidad.
36. Con los datos del ejercicio anterior transforme la función de densidad con un cambio de escala que multiplique la misma por  $(x)$
37. Con los datos del ejercicio 32 transforme la función de densidad con un cambio de escala que multiplique la misma por  $(x^2)$ .
38. Una variable toma valores 1, 2 y 3 con probabilidad 0,2;0,3; y 0,5 respectivamente. Calcule la esperanza.
39. Calcule la Esperanza de una variable definida por su función de densidad de  $4x^3$  con  $x$  entre  $[0,1]$ .
40. De los dos ejercicios anteriores calcule la varianza.
41. De los ejercicios 38) y 39) suponga que la variable sufre la transformación 3 veces la variable anterior más 2.
42. Dada la variable aleatoria definida por su función de densidad  $f(x)=x-2$  para valores de  $x$   $[1, \infty]$ . Calcule esperanza y varianza.
43. Una variable toma valor 4, calcule su esperanza y varianza.
44. La  $E(\varepsilon)= 2$  y  $E(\eta)= -3$ , calcule  $E(\varepsilon + \eta)$ ,  $E(\varepsilon - \eta)$ ,  $E(\varepsilon * \eta)$ ,  $VAR(\varepsilon + \eta)$ ,  $VAR(\varepsilon - \eta)$ ,  $VAR(\eta - \varepsilon)$
45. Con el ejercicio anterior, suponga que  $\varepsilon$  sufre un cambio de escala igual a 3 y  $\eta$  un cambio de origen igual a 2. Calcule  $E(\varepsilon - \eta)$ ,  $VAR(\eta - \varepsilon)$ .
46. Suponga todo lo anterior desde el ejercicio 9 que además tiene que conoce el momento de orden 2 con respecto al origen, que en el caso de la variable  $\varepsilon$  es 5 y en el caso de la variable  $\eta$  es 10. Que además sabe que ambas variables tienen covarianza 1.
47. Sabiendo que  $E(\varepsilon)= 4$  y  $VAR(\varepsilon)= 9$ . Determine el intervalo alrededor de la media que contenga al menos el 75% de probabilidad.

## PROBABILIDAD. BIDIMENSIONAL Y CARACTERÍSTICAS BIDIMENSIONALES

48. Dada la función de densidad  $f(x, y) = kxy$   $0 \leq x \leq 1$  e  $0 \leq y \leq 1$ . Calcule el valor de  $k$  para que sea función de densidad
49. Calcule del ejercicio 48 las marginales de  $\xi$  y  $\eta$
50. Calcule del ejercicio 48 las funciones de distribución marginales de  $\xi$  y  $\eta$
51. Calcule del ejercicio 48 la función de distribución conjunta
52. Compruebe si son independientes por las funciones de densidad del ejercicio 48
53. Compruebe si son independientes por las funciones de distribución del ejercicio 48
54. Calcule la covarianza del ejercicio 48
55. Calcule  $P(\xi < 0,2/\eta \leq 0,5)$  del ejercicio 48
56. Calcule  $P(\xi < 0,2/\eta = 0,5)$  del ejercicio 48
57. Calcule  $P(\xi < 0,2)$  del ejercicio 48
58. Calcule  $P(\eta = 0,5)$  del ejercicio 48
59. Calcule todo lo que se pide del 48-58 para la función  
Dada la función de densidad  $f(x, y) = kx^2y$   $2 \leq x \leq 3$  e  $-1 \leq y \leq 4$ .

## PROBABILIDAD. FUNCIÓN CARACTERÍSTICA

60. Ejercicio 5.1 del libro
61. Ejercicio 5.2 del libro

## PROBABILIDAD. DISTRIBUCIONES

62. Un jugador de fútbol tiene una probabilidad de acierto de 0,4. Si acierta el equipo gana. ¿Qué esperanza y varianza de acierto tiene? ¿Y cuanto se desvía con respecto a la media?
63. En un test de conducir que consta de 5 preguntas con 4 respuestas alternativas de los que sólo una es válida se quiere saber definiendo  $\xi$  como acierto:
  - a.  $E(\xi)$

- b.  $\sigma(\xi)$
- c.  $P(\xi \leq 4)$
- d.  $P(2 \leq \xi \leq 4)$
- e.  $P(\xi \geq 3)$

64. En un departamento 2 personas con menores de 40 años. El departamento consta de 10 personas. Definiendo  $\xi$  como las personas menores de 40, y sabiendo que se elige al azar calcule:

- a.  $E(\xi)$
- b.  $\sigma(\xi)$
- c.  $P(\xi \leq 4)$
- d.  $P(2 \leq \xi \leq 4)$
- e.  $P(\xi \geq 3)$
- f. *Notación de la distribución seguida*

65. Suponga del ejercicio anterior que el número de personas se extiende a toda una universidad que tiene 1000 personas y se registran 4 personas menores de 40, calcule:

- a.  $E(\xi)$
- b.  $\sigma(\xi)$
- c.  $P(\xi \leq 4)$
- d.  $P(2 \leq \xi \leq 4)$
- e.  $P(\xi \geq 3)$
- f. *Notación de la distribución seguida*

66. En una estación de esquí suben en media 2 personas por silla. ¿Qué probabilidad hay de que suban más de 5?

67. Del ejercicio anterior calcule:

- a.  $P(\xi \leq 4)$
- b.  $P(2 \leq \xi \leq 4)$
- c.  $P(\xi = 3)$

68. ¿Cómo se relacionan la distribución de Poisson con la Binomial?

69. ¿Cómo se relacionan la distribución de Bernoulli con la Binomial?
70. ¿Cómo se relacionan la distribución de Bernoulli con la Binomial y con la normal?
71. ¿Cómo se relacionan la distribución de Poisson con la Normal?
72. En un departamento hay 2 personas de las 10 que lo forman que saben esquiar. Calcule:
- El número medio de personas que saben esquiar.
  - La desviación con respecto a la media
  - La probabilidad de que más de 3 sepan esquiar
  - La probabilidad de que 3 o menos sepan esquiar
  - La probabilidad de que todos sepan esquiar
  - La probabilidad de que ninguno sepa esquiar
  - La moda
  - La distribución seguida. Explicación
  - Función característica
73. En un departamento hay 2 personas de las 30 que lo forman que saben esquiar. Calcule:
- El número medio de personas que saben esquiar.
  - La desviación con respecto a la media
  - La probabilidad de que más de 3 sepan esquiar
  - La probabilidad de que 3 o menos sepan esquiar
  - La probabilidad de que todos sepan esquiar
  - La probabilidad de que ninguno sepa esquiar
  - La distribución seguida. Explicación
74. En un departamento hay 20 personas de las 1000 que lo forman que saben esquiar. Calcule:
- El número medio de personas que saben esquiar.
  - La desviación con respecto a la media
  - La probabilidad de que más de 30 sepan esquiar
  - La probabilidad de que 30 o menos sepan esquiar

- e. La probabilidad de que todos sepan esquiar
- f. La probabilidad de que ninguno sepa esquiar
- g. La distribución seguida. Explicación

75. Una variable sigue una distribución  $U(2,4)$ . Calcule:
- a. Esperanza
  - b. Varianza
  - c. Función característica
76. Una variable toma la misma probabilidad en todo su intervalo que es entre 2 y 6. Calcule:
- a. Probabilidad de que la variable tome valor 2,5
  - b. Probabilidad de que la variable tome valor inferior a 3
  - c. Probabilidad de que la variable tome valor superior a 3.
77. Una variable sigue una  $N(2;1)$
- a. Probabilidad de que la variable tome valor 2,5
  - b. Probabilidad de que la variable tome valor inferior a 3
  - c. Probabilidad de que la variable tome valor superior a 3.
78. Una suma de 100 variables iid  $N(2;1)$
- a. Probabilidad de que la variable tome valor 250
  - b. Probabilidad de que la variable tome valor inferior a 300
  - c. Probabilidad de que la variable tome valor superior a 300.
79. 9.1
80. 9.2
81. 9.3
82. 9.5
83. Preguntas test
84. Del libro de probabilidad el ejemplo de la página 226, 234 y 242



Coscuilluela